**学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！**【高考地位】

平面向学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！量中学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的最值和范围问题，是一个热点问题，也是难点问题，这类试题的基本类型是根据给出的条件求某个量的最值、范围，如：向量的模、数量积、夹角及向量的系数．解决这类问题的一般思路是建立求解目标的函数关系，通过函数的值域解决问题，同时，平面向量兼具“数”与“形”的双重身份，解决平面向量最值、范围问题的另一个基本思想是数形结合．在高考各种题型均有出现如选择题、填空题和解答题，其试题难度属中高档题.

【方法点评】

方法一 利用基本不等式求平面向量的最值

使用情景：一般平面向量求最值问题

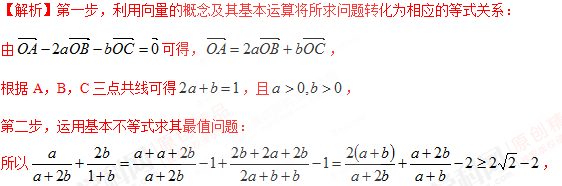
解题模板：第一步 利用向量的概念及其基本运算将所求问题转化为相应的等式关系；[来源:Z\_xx\_k.Com]

第二步 运用基本不等式求其最值问题；

第三步 得出结论.

例1.已知点A在线段BC上（不含端点），O是直线BC外一点，且,则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

【答案】



第三步，得出结论：

所以最小值为。学%科网

【变式演练1】如图所示，已知点是学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的重心，过点作直线与两边分别交于两点，且学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！,则的最小值为（ ）

C

M

N

A

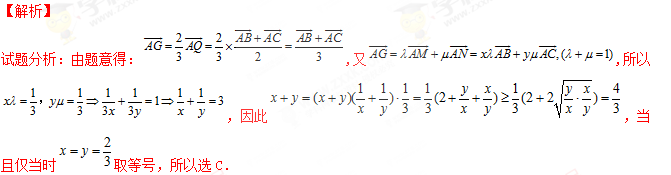
B

G

Q

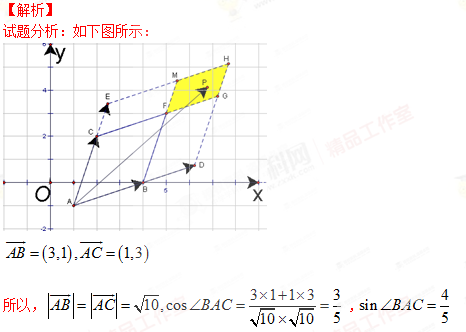
A．2 B．学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ C． D．学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

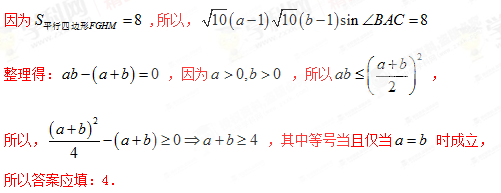
【答案】C

考点：向量共线，基本不等式求最值

【变式演练2】已知点A（1,学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！1），B（4,0），C（2,2）．平面区域D由所有满足（1≤≤a，1≤≤b）的点P（x,y）组成的区域．若区域D的面积为8，则a+b的最小值为 ．

【答案】4





考点：1、平面向量的线性运算；2、基本不等式．

【变式演练3】平行四边形学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！中，学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！为平行四边形内一点，且学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，若学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，则学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的最大值为 ．

【答案】

【解析】

试题分析：对学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！学科\*网

两边平方可得可化为，据已知条件可得，即，又，则.故本题填.学科\*网

考点：向量的数量积运算；基本不等式

方法二 建立直角坐标系法

使用情景：一般向量求最值或取值范围类型

解题模板：第一步 根据题意建立适当的直角坐标系并写出相应点的坐标；

第二步 将平面向量数量积的运算坐标化；

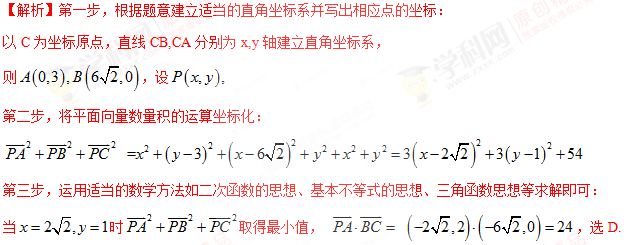
第三步 运用适当的数学方法如二次函数的思想、基本不等式的思想、三角函数思想等求解即

可.

例2 在中， ， ，点是所在平面内一点，则当取得最小值时， （ ）

A.  B.  C.  D. 24

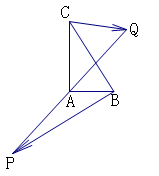
【答案】D



【点评】(1)向量的坐标运算将向量与代数有机结合起来，这就为向量和函数的结合提供了前提，运用向量的有关知识可以解决某些函数问题. 学科\*网

(2)以向量为载体求相关变量的取值范围，是向量与函数、不等式、三角函数等相结合的一类综合问题.通过向量的坐标运算，将问题转化为解不学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！等式或求函数值域，是解决这类问题的一般方法.

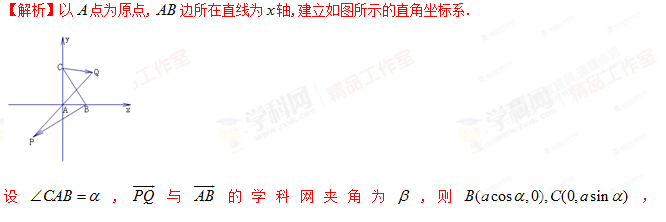
例3 在中,,若长为的线段以点为中点,问与的夹角取何值时的值最大?并求出这个最大值.



【答案】.

【解析】：第一步，根据题意建立适当的直角坐标系并写出相应点的坐标：

以为原点，AB所在的直线为x轴，建立如图所示的直角坐标系。





第二步，将平面向量数量积的运算坐标化：



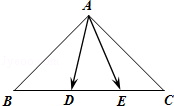
[来源:Z\_xx\_k.Com]

第三步，运用适当的数学方法如二次函数的思想、基本不等式的思想、三角函数思想等求解即可：

当即(与同向)时,的最大值为.学科\*网

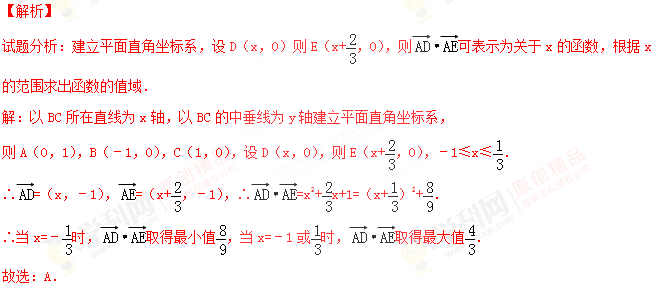
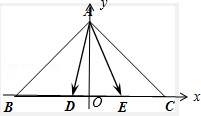
【点评】通过建立适当的直角坐标系，将向量的数量积坐标化，从而转化常见的求函数最值问题.

【变式演练6】如图，在等腰直角三角形ABC中，学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，D，E是线段BC上的点，且学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，则学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！的取值范围是（ ）



A．学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ B．学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ C．学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ D．学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

【答案】A

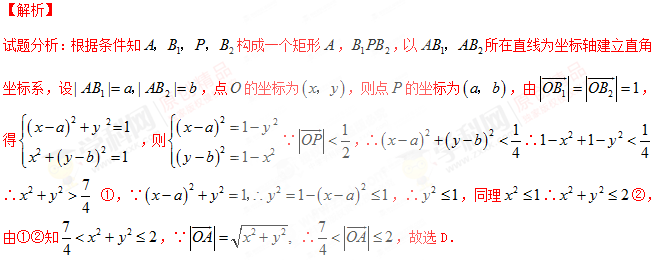
 

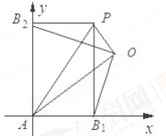
考点：平面向量数量积的运算．学科\*网

【变式演练7】在平面上，．若，则的取值范围是（ ）

A． B． C． D．

【答案】D





考点：平面向量的性质．

【高考再现】

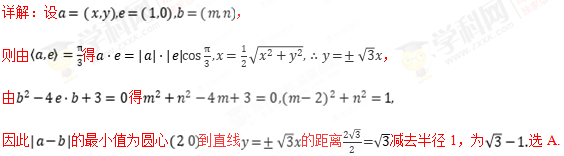
1.【2018年浙江卷】已知a，b，e是平面向量，e是单位向量．若非零向量a与e的夹角为，向量b满足b2−4e·b+3=0，则|a−b|的最小值是（ ）

A． B． C． 2 D．

【答案】A

【解析】

分析:先确定向量所表示的点的轨迹，一个为直线，一个为圆，再根据直线与圆的位置关系求最小值.

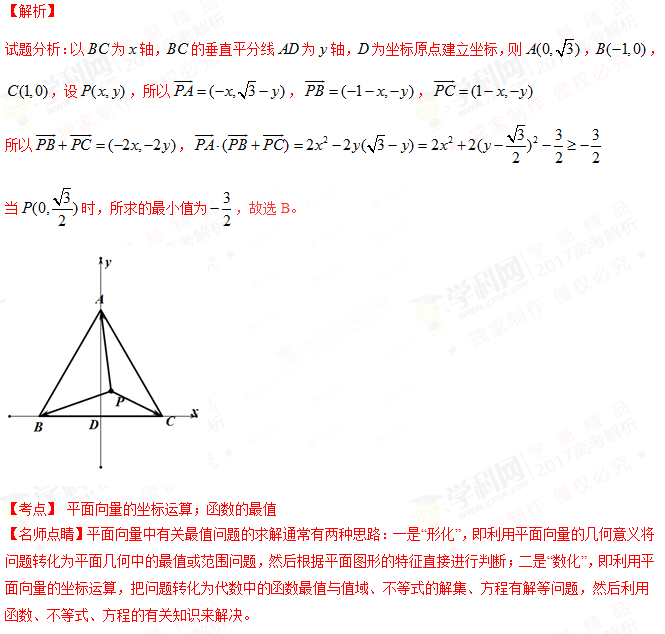


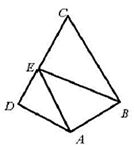
点睛：以向量为载体求相关变量的取值范围，是向量与函数、不等式、三角函数、曲线方程等相结合的一类综合问题.通过向量的坐标运算，将问题转化为解方程、解不等式、求函数值域或直线与曲线的位置学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！关系，是解决这类问题的一般方法. 学科&网

2.【2017全国**II卷学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！理，12**】已知是边长为2的等边三角形，P为平面ABC内一点，则的最小是（ ）

A. 学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ B. C.  D.

【答案】B

3.【2018年天津卷】如图，在平面四边形*ABCD*中，若点*E*为边*CD*上的动点，则的最小值为 （ ）

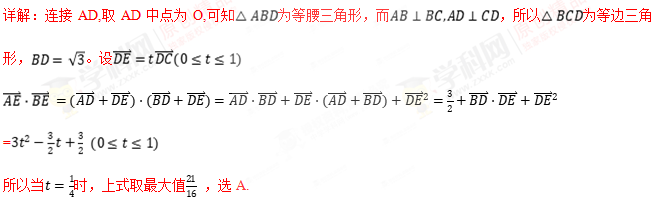


A． B． C． D．

【答案】A

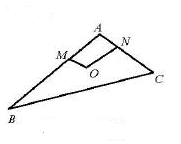
【解析】

分析：由题意可得为等腰三角形，为等边三角形，把数量积分拆，设，数量积转化为关于t的函数，用函数可求得最小值。学&科网



点睛：本题考查的是平面向量基本定理与向量的拆分，需要选择合适的基底，再把其它向量都用基底表示。同时利用向量共线转化为函数求最值。

4. 【2018年天津卷】在如图的平面图形中，已知,则的值为



A． B．

C． D． 0

【答案】C

【解析】分析：连结*MN*，结合几何性质和平面向量的运算法则整理计算即可求得最终结果学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！.

详解：如图所示，连结*MN*，

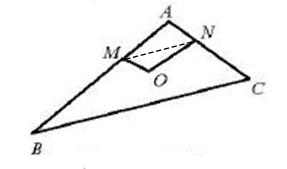
由 可知点分别为线段上靠近点的三等分点，

则，

由题意可知：，，

结合数量积的运算法则可得：.

本题选择C选项.



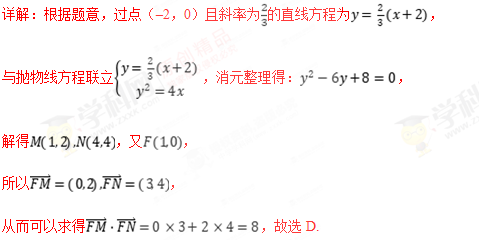
点睛：求两个向量的数量积有三种方法：利用定义；利用向量的坐标运算；利用数量积的几何意义．具体应用时可根据已知条件的特征来选择，同时要注意数量积运算律的应用．

5.【2018年新课标I卷】设抛物线*C*：*y*2=4*x*的焦点为*F*，过点（–2，0）且斜率为的直线与*C*交于*M*，*N*两点，则=

A． 5 B． 6 C． 7 D． 8

【答案】D[来源:学科网ZXXK]

【解析】分析：首先根据题中的条件，利用点斜式写出直线的方程，涉及到直线与抛物线相交，联立方程组，消元化简，求得两点，再利用所给的抛物线的方程，写出其焦点坐标，之后应用向量坐标公式，求得，最后应用向量数量积坐标公式求得结果.

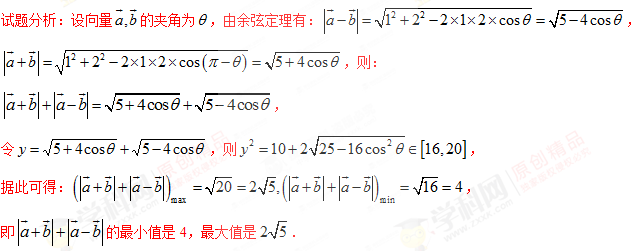


点睛：该题考查的是有关直线与抛物线相交求有关交点坐标所满足的条件的问题，在求解的过程中，首先需要根据题意确定直线的方程，之后需要联立方程组，消元化简求解，从而确定出，之后借助于抛物线的方程求得，最后一步应用向量坐标公式求得向量的坐标，之后应用向量数量积坐标公式求得结果，也可以不求点M、N的坐标，应用韦达定理得到结果.

6..【2017浙江，15】已知向量a，b满足则的最小值是\_\_\_\_\_\_\_\_，最大值是\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】4，

【解析】



【考点】平面向量模长运算

【名师点睛】本题通过设入向量的夹角，结合模长公式， 解得，再利用三角有界性求出最大、最小值，属中档题，对学生的转化能力和最学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！值处理能力有一定的要求．

7.【2017全国Ⅲ卷文，13】已知向量，且，则m= .

【答案】2

【解析】由题意可得：.学科\*网

【考点】向量数量积

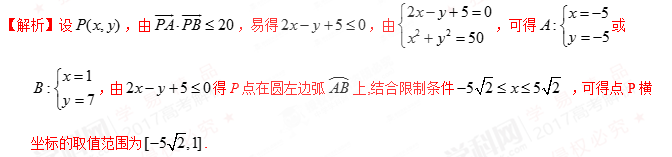
【名师点睛】(1)向量平行：，,

(2)向量垂直：，

(3)向量加减乘： 

8.【2017江苏，13】在平面直角坐标系中,点在圆上,若则点的横坐标的取值范围是 .

【答案】



【考点】直线与圆，线性规划

【名师点睛】线性规划问题学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！，首先明确可行域对应的是封闭区域还是开放区域、分界线是实线还是虚线，其次确定目标函数的几何意义，是求横坐标或纵坐标、直线的截距、两点间距离的平方、直线的斜率、还是点到直线的距离等等，最后结合图形确定目标函数最值取法、值域范围.

9.【2017北京文，12】已知点P在圆上，点A的坐标为(-2,0)，O为原点，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】6

【解析】所以最大值是6.

10.【2018年上海卷】已知实数、、、满足：，，，则的最大值为\_\_\_\_\_\_．

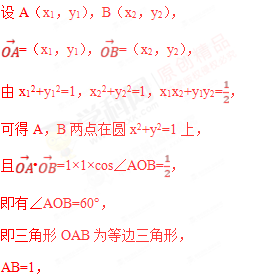
【答案】

【解析】

【分析】

设A（x1，y1），B（x2，y2），=（x1，y1），=（x2，y2），由圆的方程和向量数量积的定义、坐标表示，可得三角形OAB为等边三角形，AB=1，+的几何意义为点A，B两点到直线x+y﹣1=0的距离d1与d2之和，由两平行线的距离可得所求最大值．

【详解】



+的几何意义为点A，B两点

到直线x+y﹣1=0的距离d1与d2之和，

显然A，B在第三象限，AB所在直线与直线x+y=1平行，

可设AB：x+y+t=0，（t＞0），

由圆心O到直线AB的距离d=，

可得2=1，解得t=，

即有两平行线的距离为=，

即+的最大值为+，

故答案为：+．学&科网

【点睛】

本题考查向量数量积的坐标表示和定义，以及圆的方程和运用，考查点与圆的位置关系，运用点到直线的距离公式是解题的关键，属于难题．

11.【2018年上海卷】在平面直角坐标系中，已知点、，、是轴上的两个动点，且，则的最小值为\_\_\_\_．

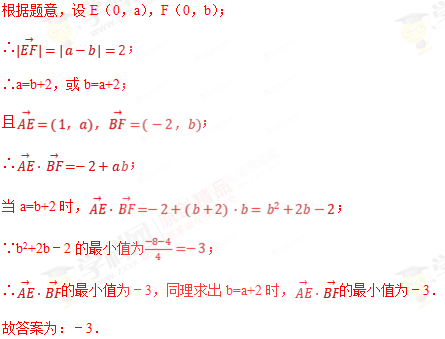
【答案】-3

【解析】

【分析】

据题意可设E（0，a），F（0，b），从而得出|a﹣b|=2，即a=b+2，或b=a+2，并可求得，将a=b+2带入上式即可求出的最小值，同理将b=a+2带入，也可求出的最小值．

【详解】



【点睛】

考查根据点的坐标求两点间的距离，根据点的坐标求向量的坐标，以及向量坐标的数量积运算，二次函数求最值的公式．

12.【2018年江苏卷】在平面直角坐标系中，为直线上在第一象限内的点，，以为直径的圆与直线交于另一点．若，则点的横坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】3

【解析】

分析：先根据条件确定圆方程，再利用方程组解出交点坐标，最后根据平面向量的数量积求结果.

详解：设，则由圆心为中点得易得，与联立解得点的横坐标所以.所以，

由得或，

因为，所以

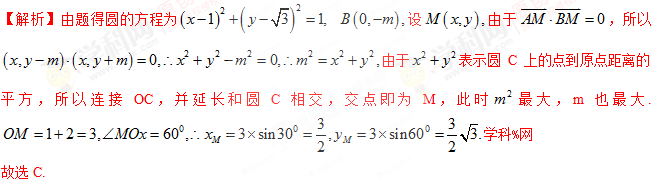
点睛：以向量为载体求相关变量的取值或范围，是向量与函数、不等式、三角函数、曲线方程等相结合的一类综合问题.通过向量的坐标运算，将问题转化为解方程或解不等式或求函数值域，是解决这类问题的一般方法.

【反馈练习】

1．【重庆市2018届高三第二次质量调研抽测数学理试题】已知圆，点， 两点关于轴对称．若圆上存在点，使得，则当取得最大值时，点的坐标是

A．  B．  C．  D． 

【答案】C



2．【河南省郑州市2018届高三学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！毕业年级第二次质量预测理科数学试题】已知平面向量满足,若,则的最小值为( )

A． -2 B． 3- C． -1 D． 0

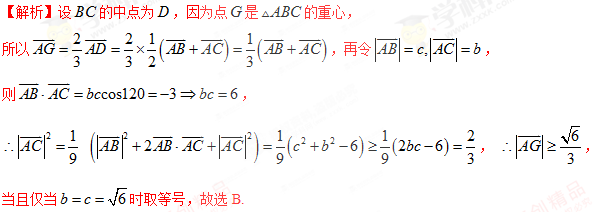
【答案】B

【解析】由题意可得由，可得，不妨设原式=，所以最小值为3-，选B.

3．【湖南省衡阳市2018届高三第二次联考（二模）理科数学试题】在中， ，点是的重心，则的最小值是( )

A．  B．  C．  D． 

【答案】B



4．【内蒙古包头市2018届高三第一次模拟考试数学（理）试卷】已知是圆的直径， 是圆的弦上一动点， ， ，则的最小值为（ ）

A．  B．  C．  学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ D． 

【答案】D

【解析】 以所在的直线为轴，线段的垂直平分线为轴，建立平面直角坐标系，

学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！设点，则，

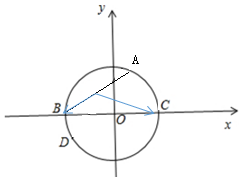
所以[来源:Z+xx+k.Com]

则，

又因为，且在弦上一动点，所以，

其中当取的中点时取得最小值，所以，故选D．

点睛：本题考查了平面向量的数量积与应用问题，解答的关键是学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！建立适当的直角坐标系，表示出向量的坐标，再利用圆的性质求解，着重考查了学生分析问题和解答问题的能力，对于平面向量的运算问题，通常有两种方法：一是建立平面的基底，利用基底运算；二是建立适当的平面直角坐标系，转化为坐标运算即可．

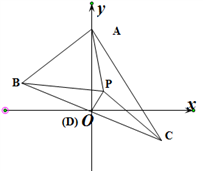


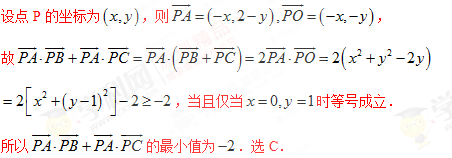
5．【山东省聊城市2018届高三第一次模拟数学（理）试题】在中， 边上的中线的长为2，点是所在平面上的任意一点，则的最小值为（ ）

A． 1 B． 2 C． -2 D． -1

【答案】C

【解析】建立如图所示的平面直角坐标系，使得点D在原点处，点A在y轴上，则．学科&网

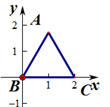


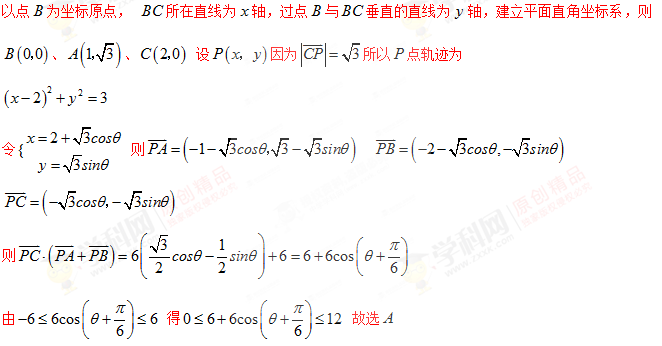


6．【四川省绵阳南山中学2018届高三二诊热身考试数学（文）试题】已知是边长为2的正三角形，点为平面内一点，且，则的取值范围是（ ）

A． 学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！ B．  C．  D． 

【答案】A

【解析】



点睛：本题在求解过程中采用了建立平面直角坐标系的方法，先根据题目条件得出点点轨迹，然后利用三角函数换元，求得各向量的表示方法，借助辅助角公式进行化简，本题较为综合，运用了较多知识点。

7．【上海市普陀区2018届高三下学期质量调研（二模）数学试题】点， 分别是椭圆的左、右两焦点，点为椭圆的上顶点，若动点满足： ，则的最大值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！\_.

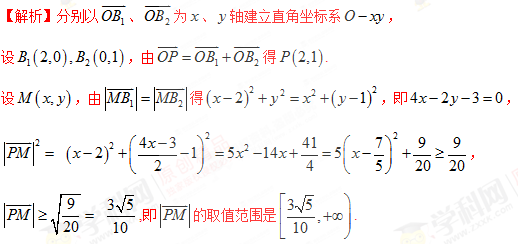
【答案】

【解析】设，由，得，则由，可得，化为，可设， ， ，   ，即的最大值为，故答案为.

【方法点睛】本题主要考查椭圆的简单性质，平面向量的数量积公式，以及三角函数求最值问题，属于难题. 求最值问题常见方法有①配方法：若函数为一元二次函数，常采用配方法求函数求最值；②图象法；③不等式法；④单调性法；⑤换元法：常用代数或三角代换法，用换元法求值域时需认真分析换元参数的范围变化,利用三角换元后往往利用辅助角公式结合三角函数的单调性求解. 学#科网

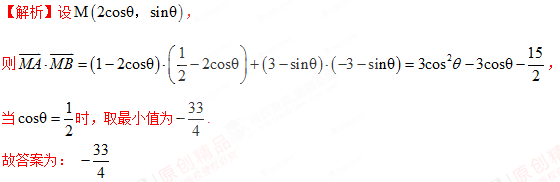
8．【贵州省黔东南州2018届高三下学期第二次模拟考试数学（文）试题】在平面上， ，且， ， ．若，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_．[来源:Zxxk.Com]

【答案】.



9．【衡水金卷2018年普通高等学校招生全国统一考试 分科综合卷 理科数学（二）模拟试题】若向量, 是椭圆上的动点，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

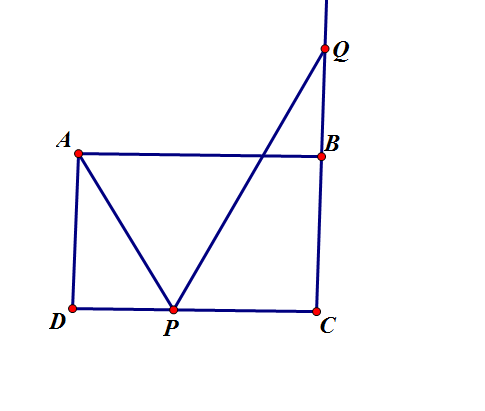
【答案】



10．【湖北省武汉市武昌区2018届高三元月调研考试数学（文）试题】在矩形*ABCD*中，*AB*=2，*AD*=1.边*DC*上（包含*D*、*C*）上的动点*P*与*CB*延长线上（包含点*B*）的动点*Q*满足，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_．

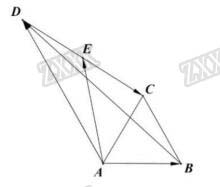
【答案】

【解析】以为原点建立平面直角坐标系，则，设，则， ， ，故最小值为.



【点睛】本题主要考查向量运算，考查坐标法计算向量的数量积，考查二次函数求最值.由于题设所给的图形为矩形，这是一个很好的建系的模型，故以点为原点建立平面直角坐标系.建立坐标系后写出相关点的坐标，代入所求数量积，然后利用配方法求出最小值.

11．【江苏省苏州市2018年学业质调研卷高一数学试题】如图，在四边形中， ， .



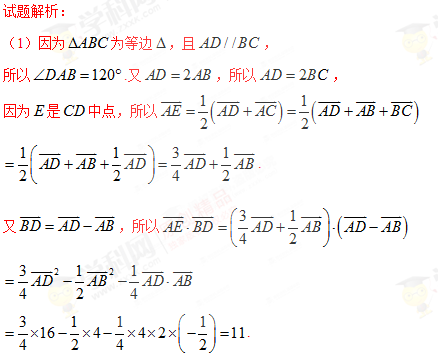
（1）若为等边三角形，且， 是的中点，求；

（2）若， ， ，求.

【答案】（1）11（2）

【解析】试题分析：（1）因为为等边三角形得到，因为是中点，根据的平行四边形法则和三角形法则，所以，进而得到的值．

（2）因为，得到和，进而求解的值.



（2）因为， ，所以，学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！

因为，所以，所以.

又 .

所以.

所以 .

所以.学科&网

12．【河南省中原名校（豫南九校）2018届高三上学期第四次质量考评（期中）数学（文）试题】在中，满足， 是中点.

（1）若，求向量与向量的夹角的余弦值；

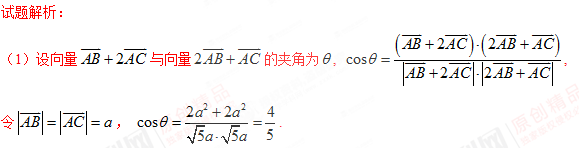
（2）若是线段学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！上任意一点，且，求的最小值.

【答案】(1) ；(2) .

【解析】试题分析：

（1）由向量的夹角公式可求；

（2），则， ，由此可用表示出，从而可得最小值．



（2）∵，∴ ，设 ，学科网(www.zxxk.com)--教育资源门户，提供试卷、教案、课件、论文、素材及各类教学资源下载，还有大量而丰富的教学相关资讯！则 .

而，所以

.当且仅当时， 的最小值是.